50

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

SEMS
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

DGETI

CENTRO DE ESTUDIOS TECNOLÓGICOS
industrial y de servicios no. 96
"Emiliano Zapata Salazar"

GUÍA DE ESTUDIO

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS II

SEMESTRE: AGOSTO 2025 ENERO 2026

M. en C. Juan Javier Hernández Reyes

LA LÍNEA RECTA

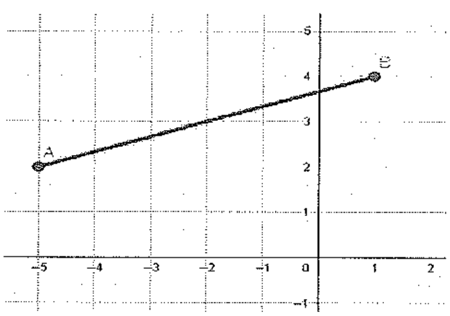
PENDIENTE Y ÁNGULO DE INCLINACIÓN

Se denomina pendiente o coeficiente angular de una recta a la tangente de su ángulo de inclinación y se expresa como $m = \tan\theta$.

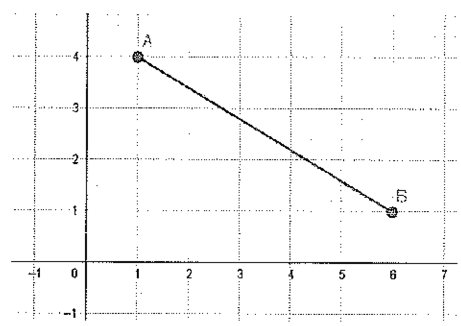
Existen algunos criterios de aplicación para el ángulo, el cual puede tomar un valor $0° \leq \theta \leq 180°$.

- La pendiente es positiva si $0° < \theta < 90°$
- La pendiente es negativa si $90° < \theta < 180°$
- Si la pendiente es cero entonces el ángulo $\theta = 0°$
- Si la pendiente es ∞ entonces $\theta = 90°$

Recta con pendiente positiva



Recta con pendiente negativa



FÓRMULA

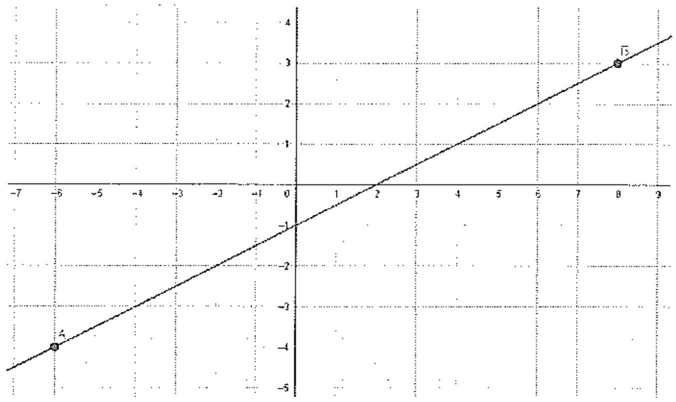
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

NOTA: Cuando "m" es negativa el ángulo obtenido deberá restarse a 180°

EJEMPLO

1. Hallar la pendiente y ángulo de inclinación de la recta de la recta que paso por los puntos A(-6,-4) y B(8, 3).

PASO 1
Graficamos la recta



PASO 2

Definimos los valores de x_1, x_2, y_1, y_2 tomando como base los puntos dados A(-6,-4) y B(8, 3).

$x_1 = -6$ $x_2 = 8$

$y_1 = -4$ $y_2 = 3$

PASO 3

Sustituimos los valores en la fórmula y realizamos las operaciones necesarias

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{3-(-4)}{8-(-6)} = \frac{3+4}{8+6}$$

$$m = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$m = \frac{1}{2} = 0.5$$

Pendiente 0.5

Para calcular el ángulo de inclinación debemos apoyarnos de la calculadora científica:

- Presionamos la tecla SHIFT
- Presionamos la tecla tan
- Aparecerá en la pantalla $\tan^{-1}$
- Ingresamos el valor de la pendiente 0.5 y presionamos el signo igual
- Aparecerá como resultado 26.56505118
- Presionamos la tecla de grados
- Aparecerá $26° \ 33' \ 54.18''$

Por lo tanto el ángulo de inclinación es $\theta = 26° \ 33' \ 54.18''$

EJERCICIOS

Hallar la pendiente y ángulo de inclinación de la recta que se forma con los puntos:

1. A(-6,-4) y B(8,3)
2. P(12,-5) y Q(2,1)
3. M(-4,3) y N(2,3)
4. A(-7,-4) y B(-7,6)
5. R(-5,-2) y S(7,5)
6. T(-8,4) y U(4,-2)
7. A(0,3) y B(11,-1)
8. D(6,7) y E(6,-4)
9. P(-9,6) y R(-2,-4)
10. M(4,1) y N(-7,-2)

LA LÍNEA RECTA

La línea recta es el lugar geométrico de los puntos del plano tales que tomados dos puntos cualesquiera el valor de la pendientes siempre es constante. La ecuación general se presenta con Ax + By + C = 0.

ECUACIÓN DE LA RECTA

1.- PUNTO-PENDIENTE

Se utiliza cuando se presenta un punto y la pendiente de la recta y para calcular su ecuación se utiliza la fórmula:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

EJEMPLOS

1.-Hallar la ecuación general de la recta que pasa por el punto P(2, 4) y tiene pendiente de 3.

PASO 1
Definimos los valores de la pendiente (m), x_1 , y_1 tomando como base el punto dado

m= 3 x_1 =2 y_1 = 4

PASO 2
Sustituimos los valores en la ecuación y realizamos las operaciones pertinentes

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = 3(x - 2)$$

$$y - 4 = 3x - 6$$

PASO 3

Encontrar la ecuación general de la recta igualando la ecuación a cero, pasando los términos del lado izquierdo hacia el lado derecho (puede ser a la inversa).

$$3x - 6 - y + 4 = 0$$

$$3x - y - 2 = 0$$

EJERCICIOS

Hallar la ecuación general de la recta que pasa por el punto dado y tiene la pendiente que se indica; y realizar su gráfica respectiva.

1. A(5,9) y m = 3
2. B(-6,5) y m = -5
3. P(-6,5) y m = $\frac{2}{3}$
4. M(2,-4) y m = $\frac{-1}{3}$
5. Q(-1, 0) y m = -2
6. A(0, 3) y m = 2
7. R(-1,-7) y m = $\frac{-7}{5}$
8. A(4,0) y m = $\frac{8}{3}$
9. S(3,1) y m = -2
10. A(-4,-3) y m = $\frac{9}{4}$

2.- PASA POR DOS PUNTOS

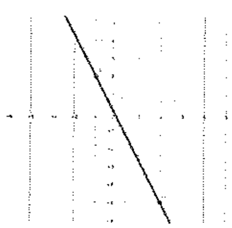
Se utiliza cuando se presentan dos puntos cualesquiera y se aplica la fórmula:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$$

EJEMPLO

Hallar la ecuación general de la recta que pasa por los puntos A(-1, 2) y B(2, -5), y realizar su respectiva gráfica.

PASO 1
Graficamos la recta tomando como base los puntos dados



PASO 2

Definir los valores de x_1, x_2, y_1, y_2

$x_1 = -1$ $\quad x_2 = 2$

$y_1 = 2$ $\quad y_2 = -5$

PASO 2
Sustituir los valores de x_1, x_2, y_1, y_2 en la fórmula y realizar las operaciones necesarias

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{-5-2}{2-(-1)}\,[x - (-1)]$$

$$y - 2 = \frac{-7}{2+1}\,(x + 1)$$

$y - 2 = \frac{-7}{3}\ (x + 1)$

$3(y - 2) = -7\ (x + 1)$

$3y - 6 = -7x - 7$

PASO 3

Encontrar la ecuación general de la recta igualando la ecuación a cero, pasando los términos del lado izquierdo hacia el lado derecho (puede ser a la inversa).

$3y - 6 = -7x - 7$

$-7x - 7 - 3y + 6 = 0$

$\boldsymbol{-7x - 3y - 1 = 0}$

EJERCICIOS

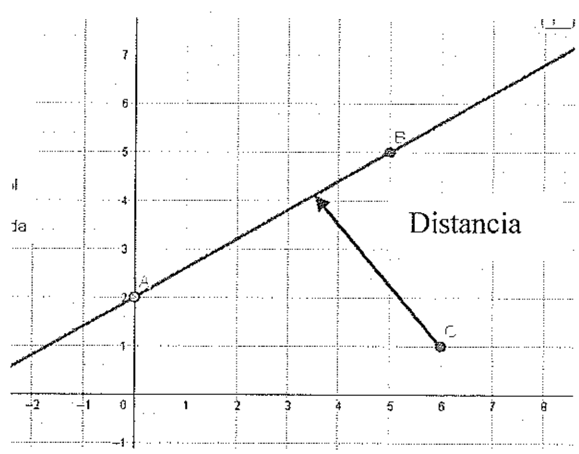
Hallar la ecuación general de la recta que pasa por los puntos dados; y realizar su gráfica respectiva.

1. A(-3,-1) y B(5,2)
2. P(2,-2) y Q(3,-4)
3. M(4,0) y N(0,-7)
4. R(2,4) y S(-7,5)
5. A(-3,-2) y B(5,3)
6. E(-1,3) y D(2,6)
7. E(-6,5) y D(9,1)
8. M(0,2) y N(7,3)
9. F(5,-4) y G(2,7)
10. R(-3,4) y T(8,-2)

DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA

Es la longitud del segmento perpendicular a la recta trazado a partir de un punto. La distancia del punto P(x, y) a la recta Ax + By + C= 0 está dada por la fórmula.

$$d = \frac{|Ax+By+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$



EJEMPLO

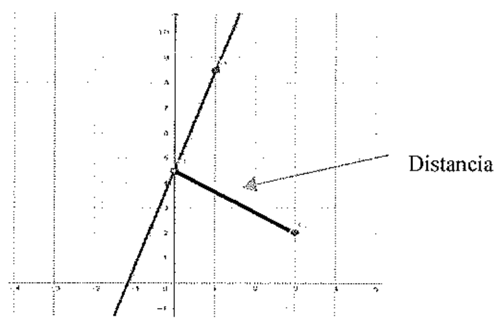
Hallar la distancia del punto A(3,2) a la recta cuya ecuación general es $6x - 2y + 11 = 0$

PASO 1

Realizamos la gráfica, despejando de la ecuación general a la variable "y", posteriormente asignamos dos valores cualesquiera a la variable "x" y los sustituimos en la ecuación para encontrar los dos puntos necesarios para graficar.

$6x-2y+11=0$	si x= 1	si x=0
$-2y=-6x-11$	$y=3x+5.5$	$y=3x+5.5$
$y=\frac{-6x-11}{-2}$	$y=3(1)+5.5$	$y=3(0)+5.5$
$y=\frac{-6x}{-2}-\frac{11}{(-2)}$	$y=3+5.5$	$y=0+5.5$
$y=3x+\frac{11}{2}$	$y=8.5$	$y=5.5$
$y=3x+5.5$	Punto A(1, 8.5)	Punto B(0, 5.5)

Graficamos tomando como base el punto A y B



PASO 2

Definimos los valores de x_1, y_1, A (coeficiente de x), B (coeficiente de y) tomando como base el punto dado.

$x_1=3$ $y_1=2$

A= 6 B= -2

PASO 3

Sustituimos los valores en la fórmula y realizamos las operaciones pertinentes

$$d=\frac{|Ax+By+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

$$d=\frac{|6x-2y+11|}{\sqrt{(6)^2+(-2)^2}}$$

$$d=\frac{|6(3)-2(2)+11|}{\sqrt{(6)^2+(-2)^2}}$$

$$d = \frac{|18-4+11|}{\sqrt{36+4}}$$

$$d = \frac{|25|}{\sqrt{40}}$$

$$d = \frac{25}{6.3245}$$

$$d = 3.9528 \quad u$$

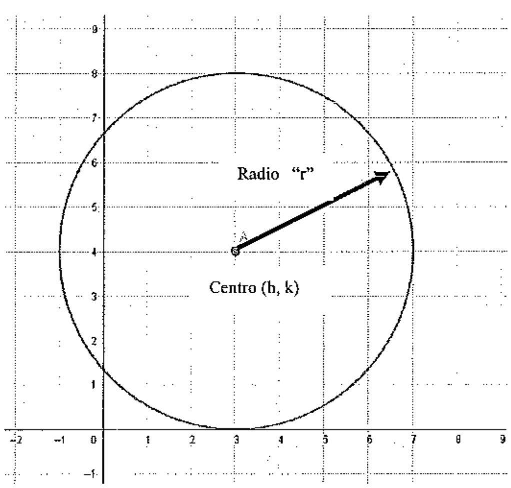
EJERCICIOS

Encuentra la distancia que existe entre la recta y el punto dado; y realiza la gráfica respectiva:

1. $5x - 12y + 3 = 0$ P(-2,1)
2. $12x + 5y - 6 = 0$ Q(4,-6)
3. $4x - 3y + 7 = 0$ M(2,3)
4. $7x + 2y - 1 = 0$ A(1,5)
5. $2x - 7y + 3 = 0$ P(1, 4)
6. $3x + 4y - 5 = 0$ G (-2, 5)
7. $x + y - 6 = 0$ B (0, -4)
8. $12x + 5y + 26 = 0$ A (-1, 7)
9. $7x - 3y + 21 = 0$ R(-5,2)
10. $5x + 4y + 15 = 0$ E(2,4)

CIRCUNFERENCIA

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que se mueven de tal manera que su distancia a un punto fijo llamado centro siempre es constante.



ECUACIÓN CON CENTRO FUERA DEL ORIGEN c(h, k)

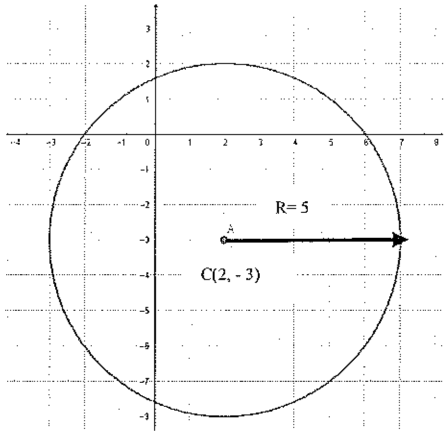
Fórmula $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

Ecuación General $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$

EJEMPLO
Hallar la ecuación general de la circunferencia con centro en (2, - 3) y radio igual a 5.

PASO 1

Graficamos la circunferencia



PASO 2

Definimos los valores de h, k y el radio "r"

h= 2 k= -3 r= 5

PASO 3

Sustituimos los valores h= 2 k= -3 r= 5 en la fórmula y realizamos las operaciones

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

$(x-2)^2+[y-(-3)]^2=(5)^2$

$\mathbf{(x-2)^2+(y+3)^2=25}$ Ecuación ordinaria

Desarrollamos el binomio utilizando la fórmula $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(x-2)^2=(x)^2+2(x)(-2)+(-2)^2$

$(x-2)^2=x^2-4x+4$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(y+3)^2=(y)^2+2(y)(3)+(3)^2$

$(y+3)^2=y^2+6y+9$

Colocamos los binomios desarrollados en la ecuación

$(x-2)^2+(y+3)^2=25$

$x^2-4x+4+y^2+6y+9=25$

Igualamos la ecuación a cero

$x^2-4x+4+y^2+6y+9-25=0$

Simplificamos

$\boldsymbol{x^2+y^2-4x+6y-12=0}$ Ecuación general

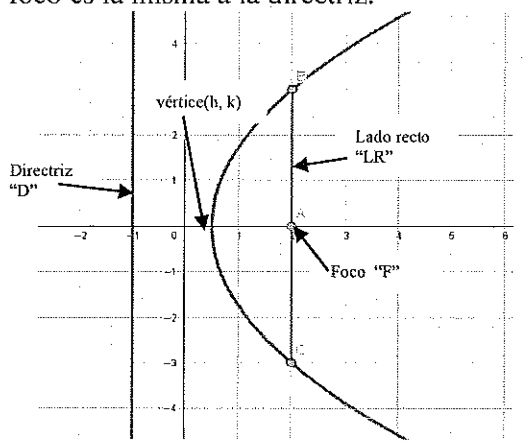
EJERCICIOS

Encuentra la ecuación de la circunferencia en su forma ordinaria y transformarla en su forma general, cuyo centro y radio son:

1. C (1,5) y r = 2	6. C (-1,-3) y r = 3	11. C (3,-1) y r = 2
2. C (2,4) y r = 3	7. C (7,-5) y r = 4	12. C (5,0) y r = 10
3. C (4,-2) y r = 3	8. C (-1,-5) y r = 5	13. C (0,2) y r = 4
4. C (-1,-3) y r = 5	9. C (-1,5) y r = 3	14. C (4,0) y r = 6
5. C (-4,-6) y r = 1	10. C (-2,3) y r = 6	15. C (9,0) y r = 5

PARÁBOLA

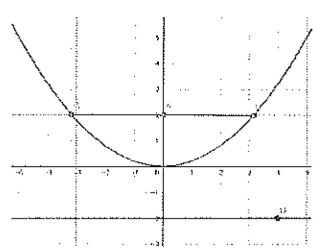
Es el lugar geométrico de un conjunto de puntos que se mueven en un plano, de tal manera que equidistan de un punto fijo llamado foco y una recta fija del plano llamada directriz. La distancia del vértice al foco es la misma a la directriz.



PARÁBOLA CON VÉRTICE EN EL ORIGEN V(0, 0)

FÓRMULAS

PARÁBOLA VERTICAL (cóncava hacia arriba)



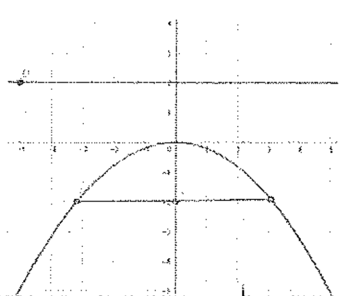
Ecuación $x^2 = 4py$

Foco F(0,P)

Directriz y + P = 0

Lado recto $LR = |4P|$

PARÁBOLA VERTICAL (cóncava hacia abajo)



Ecuación $x^2 = 4py$

Foco F(0, -P)

Directriz y + P = 0

Lado recto $LR = |4P|$

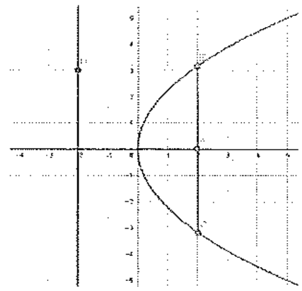
PARÁBOLA HORIZONTAL (cóncava hacia la derecha)

Ecuación $y^2 = 4px$

Foco F(P, 0)

Directriz x + P = 0

Lado recto $LR = |4P|$



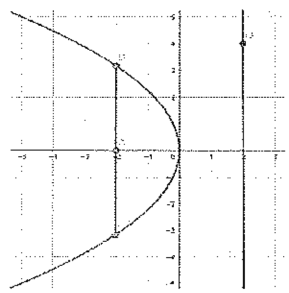
PARÁBOLA HORIZONTAL (cóncava hacia izquierda)

Ecuación $y^2 = 4px$

Foco F(-P, 0)

Directriz x + P = 0

Lado recto $LR = |4P|$



EJEMPLO

1.- Hallar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y foco F(0, 3)

PASO 1
Identificar las fórmulas a utilizar; cómo el foco es (0, 3), se trata de una parábola vertical cóncava hacia arriba, por lo que utilizaremos las fórmulas respectivas.

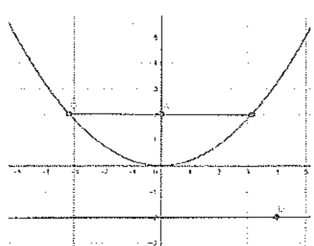
PARÁBOLA VERTICAL (cóncava hacia arriba)

Ecuación $x^2 = 4py$

Foco F(0,P)

Directriz y + P = 0

Lado recto $LR = |4P|$



PASO 2
Sustituir el valor de "P" en las fórmulas y realizar las operaciones correspondientes

P= 3

Ecuación $x^2 = 4(3)y$

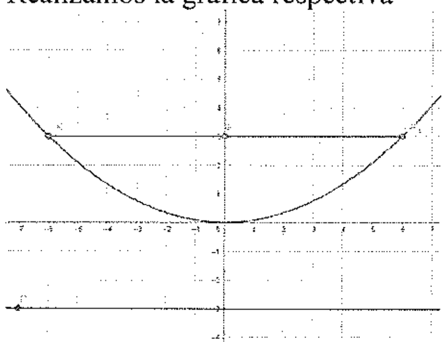
$x^2 = 12y$ Ecuación ordinaria
$x^2 - 12y = 0$ Ecuación General

Foco F(0,3)

Directriz y + P = 0
y + 3 = 0
y = -3

Lado recto $LR = |4P|$
$LR = |4(3)|$
$LR = |12|$
$LR = 12$

PASO 3
Realizamos la gráfica respectiva



2.- Hallar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y foco F(2, 0)

PASO 1
Identificar las fórmulas a utilizar; cómo el foco es (2, 0), se trata de una parábola vertical cóncava hacia arriba, por lo que utilizaremos las fórmulas respectivas.

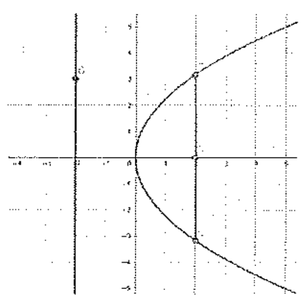
PARÁBOLA HORIZONTAL (cóncava hacia la derecha)

Ecuación $y^2 = 4px$

Foco F(P, 0)

Directriz x + P = 0

Lado recto $LR = |4P|$



PASO 2
Sustituir el valor de "P" en las fórmulas y realizar las operaciones correspondientes

P= 2

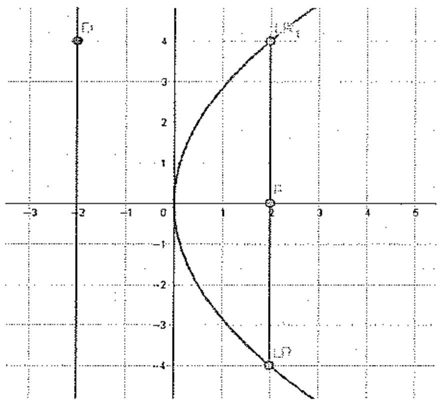
Ecuación $y^2 = 4(2)x$
$y^2 = 8x$ Ecuación ordinaria
$y^2 - 8x = 0$ Ecuación General

Foco F(2, 0)

Directriz $x + P = 0$
$x + 2 = 0$
$x = -2$

Lado recto $LR = |4P|$
$LR = |4(2)|$
$LR = |8|$
$LR = 8$

PASO 3
Realizamos la gráfica respectiva



EJERCICIOS

Encuentra la ecuación en su forma ordinaria y general de la parábola, dado que su vértice se encuentra en el origen y el foco dado; realiza su gráfica respectiva.

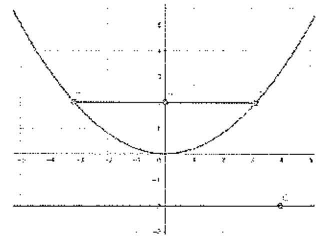
1. F (3,0)
2. F (2,0)
3. F (5,0)
4. F (-7,0)
5. F (0,2)
6. F (1,0)
7. F (-2,0)
8. F (0,-2)
9. F (0, -8)
10. F (0,9)

PARÁBOLA CON VÉRTICE FUERA DEL ORIGEN

FÓRMULAS

PARÁBOLA VERTICAL
Ecuación General $Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$

Ecuación ordinaria $(x-h)^2 = 4P(y-k)$



Vértice V(h, k)

Foco F(h, k + P)

Directriz y = k - P

Lado recto $LR = |4P|$

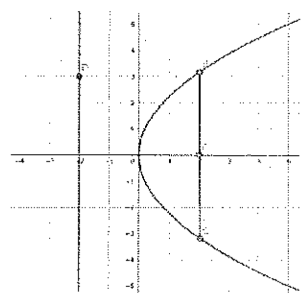
Si $P > 0$, entonces la parábola es cóncava hacia arriba

Si $P < 0$, entonces la parábola es cóncava hacia abajo

PARÁBOLA HORIZONTAL

Ecuación General $Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$

Ecuación ordinaria $(y-k)^2 = 4p(x-h)$



Vértice V(h, k)

Foco F(h + P, k)

Directriz x = h - P

Lado recto $LR = |4P|$

Si $P > 0$, entonces la parábola es cóncava a la derecha

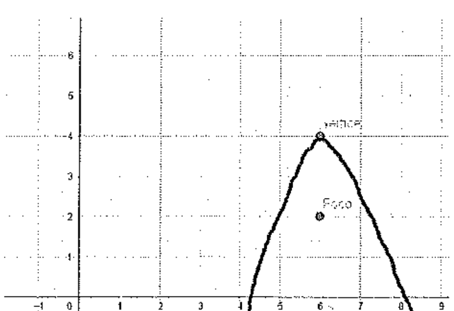
Si $P < 0$, entonces la parábola es cóncava a la izquierda

EJEMPLO

1.- Determinar la ecuación general de la parábola con vértice en el punto V(6, 4) y foco F(6, 2), hallar su directriz, lado recto y su gráfica respectiva.

PASO 1

Graficamos el vértice y foco para observar hacia donde es cóncava la parábola, y de esta manera utilizar las fórmulas respectivas.

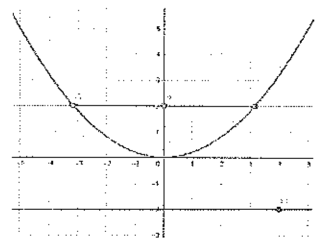


Como el foco queda dentro de la parábola, se deben utilizar las fórmulas de la parábola vertical

PASO 2
Utilizamos las fórmulas de la parábola vertical

PARÁBOLA VERTICAL

Ecuación General $Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$



Ecuación ordinaria $(x-h)^2 = 4P(y-k)$

Vértice V(h, k)

Foco F(h, k + P)

Directriz $y = k - P$

Lado recto $LR = |4P|$

PASO 3
Determinar los valores de h, k, P, apoyándonos de los valores del vértice y foco dados.

Vértice

V(h, k)

V(6, 4)

h= 6 k= 4

Para encontrar el valor de "P" debemos tomar el foco F(6, 2)

F(6, 2)
Foco F(h, k + P)

h= 6 k + P = 2

Sustituimos el valor de k= 4 para encontrar el valore de "P"
k + P = 2
4 + P = 2
P = 2 – 4
P = -2
PASO 4
Sustituimos los valores de h, k y P en las fórmulas y realizamos las operaciones necesarias

h= 6 k= 4 P= -2

Ecuación ordinaria

$$(x-h)^2 = 4P(y-k)$$

$$(x-6)^2 = 4(-2)(y-4)$$

$$(x-6)^2 = -8(y-4)$$

Ecuación General

Desarrollamos el binomio con la fórmula $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(x-6)^2 = (x)^2 + 2(x)(-6) + (-6)^2$

$(x-6)^2 = x^2 - 12x + 36$

Colocamos el desarrollo del binomio en la ecuación ordinaria y realizamos el producto del término ubicado en el lado derecho de la ecuación.

$(x-6)^2 = -8(y-4)$
$x^2 - 12x + 36 = -8y + 32$
Igualamos la ecuación a cero y simplificamos
$x^2 - 12x + 36 + 8y - 32 = 0$

$\mathbf{x^2 - 12x + 8y + 4 = 0}$

Calculamos el valor de la directriz

Directriz y = k – P

y= 4 – (-2)

y= 4 + 2

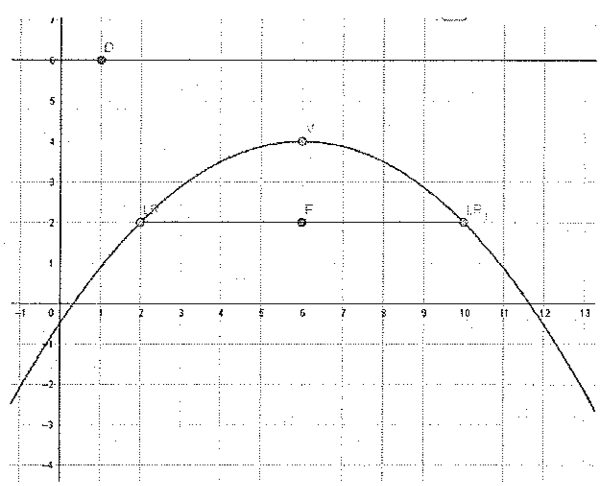
y= 6
Lado recto $LR = |4P|$

$LR = |4(-2)|$

$LR = |-8|$

$LR = 8$

PASO 5
Realizamos la gráfica respectiva



EJERCICIOS

Encuentra la ecuación en su forma general de la parábola, cuyo vértice y foco se muestran; y realiza la gráfica respectiva.

1. V(-2,4) y F(0,4)
2. V(-3,5) y F(0,5)
3. V(-1,-3) y F(-3,-3)
4. V(-2,-4) y F(-5,-4)
5. V(-2, 4) y F(-2, 7)
6. V(3, 2) y F(5, 2)
7. V(4, -1) y F(4, -3)
8. V(-1, -2) y F(-4, -2)
9. V(1,-4) y F(2,-4)
10. V(6,4) y F(6,2)